第14講　微分係数と導関数

PART1　平均変化率と微分係数

1　$f(x)=x^3-3x$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$x=1$ から $x=2$ まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(2)　$x=c$ から $x=c+h$ $(h \neq 0)$ まで変化するときの平均変化率を求め，その結果を用いて，$x=c$ における微分係数 $f'(c)$ を求めよ。

(3)　(2)で求めた微分係数が，(1)で求めた平均変化率と等しいとき，c の値を求めよ。

Point Pickup

(1)　x の値が a から b まで変化するときの平均変化率は　$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

(2)　x の値が c から $c+h(h \neq 0)$ まで変化するときの平均変化率は　$\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}$

$x=c$ における微分係数は　$f'(c)=\lim_{h \to 0}\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}$

第 14 講　PART1　確認問題

1　$f(x)=-x^3+2x+3$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$x=1$ から $x=4$ まで変化するときの平均変化率を求めよ。

[アイウ]

(2)　$x=c$ から $x=c+h$ $(h \neq 0)$ まで変化するときの平均変化率を求め，その結果を用いて，$x=c$ における微分係数 $f'(c)$ を求めよ。

平均変化率　[エ]

微分係数　$f'(c)=$ [オ]

(3)　(2)で求めた微分係数が，(1)で求めた平均変化率と等しいとき，c の値を求めよ。

$c=$ [カ] $\sqrt{[キ]}$

[[エ] の選択肢]

① c^2+ch+h^2+1　② c^2+ch+h^2+2

③ $-3c^2-3ch-h^2+1$　④ $-3c^2-3ch-h^2+2$

⑤ $3c^2+3ch+h^2+1$　⑥ $3c^2+3ch+h^2+2$

[[オ] の選択肢]

① $-c^3+2c+3$　② c^2+1　③ c^2+2

④ $-3c^2+1$　⑤ $-3c^2+2$　⑥ $3c^2+1$

⑦ $3c^2+2$

第 14 講　微分係数と導関数

PART1　平均変化率と微分係数

1　$f(x)=x^3-3x$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$x=1$ から $x=2$ まで変化するときの平均変化率を求めよ。

(2)　$x=c$ から $x=c+h$ $(h\neq 0)$ まで変化するときの平均変化率を求め，その結果を用いて，$x=c$ における微分係数 $f'(c)$ を求めよ。

(3)　(2)で求めた微分係数が，(1)で求めた平均変化率と等しいとき，c の値を求めよ。

(1)　$\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=(2^3-3\cdot 2)-(1^3-3\cdot 1)=4$

(2)　平均変化率は

$$\frac{f(c+h)-f(c)}{h}=\frac{\{(c+h)^3-3(c+h)\}-(c^3-3c)}{h}$$

$$=\frac{3c^2h+3ch^2+h^3-3h}{h}=3c^2+3ch+h^2-3$$

よって　$f'(c)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}=\lim_{h\to 0}(3c^2+3ch+h^2-3)=3c^2-3$

(3)　$3c^2-3=4$　より　$c^2=\dfrac{7}{3}$　　よって　$c=\pm\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

第14講　PART1　確認問題 解答

1 **[正解]** アイウ：-19，エ：④，オ：⑤，カ：±，キ：7

[解説]

(1) $\dfrac{f(4)-f(1)}{4-1}$ [A]

$$=\frac{(-4^3+2\cdot4+3)-(-1^3+2\cdot1+3)}{3}=\mathbf{-19}$$

(2) 平均変化率は

$$\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$$

$$=\frac{\{-(c+h)^3+2(c+h)+3\}-(-c^3+2c+3)}{h}$$

$$=\frac{-3c^2h-3ch^2-h^3+2h}{h}$$

$$=\mathbf{-3c^2-3ch-h^2+2}$$

よって

$$f'(c)=\lim_{h\to0}\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$$ [B]

$$=\lim_{h\to0}(-3c^2-3ch-h^2+2)$$

$$=\mathbf{-3c^2+2}$$

(3) $-3c^2+2=-19$ より　$c^2=7$

よって　$c=\pm\sqrt{7}$

[A]　平均変化率
関数 $f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するときの平均変化率は
$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

[B]　微分係数
x の値が c から $c+h$ まで変化するときの平均変化率は
$$\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$$
関数 $f(x)$ の $x=c$ における微分係数は
$$f'(c)=\lim_{h\to0}\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$$